ПЕРВОЕ ВЫСШЕЕ ТЕХНИЧЕСКОЕ УЧЕБНОЕ ЗАВЕДЕНИЕ РОССИИ

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ОТЧЕТ

По лабораторной работе № 12

“Дифракция электронов”

Выполнил: студент гр. НБШ-22 ________________ /Ле Нгуен Туан Ха /
(шифр группы) (подпись) (Ф.И.О.)

Дата: _______________

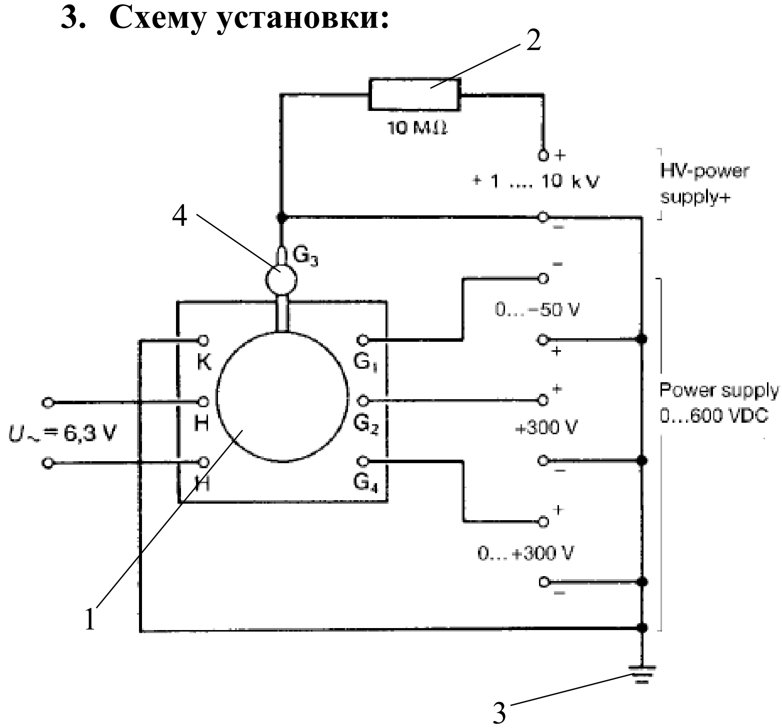
Проверил: ____________ ____________ ______________________
(должность) (подпись) (Ф.И.О.)

Санкт-Петербург

2023

Теоретическое содержание.

1. **Цель работы:**
   Исследование волновых свойств электронов
2. **Явление изучаемое в работе:**
   Дифракционный метод
3. **Схему установки:**



1 – Электронно-дифракционная Трубка с креплением

2 - Источник питания высоковольтнвй, 0-10кВ

3 – Источник постоянного напражения и тока

4 – Резистор 10мΩ

4. **Физическое обоснование цели работы и метода измерения:**

При исследовании теплового излучения абсолютно чёрного тела и явления фотоэффекта было установлено, что испускание и поглощение излучения происходит отдельными порциями (квантами), причём энергия кванта излучения равна $E = h\nu$ или в другой записи:

$$E = \hbar\omega, \qquad (1)$$

где $\omega = 2\pi\nu$ — угловая частота соответствующего электромагнитного излучения, а $\hbar = h/2\pi$ — *модифицированная* постоянная Планка ($\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34}$ *Дж·с*).

Квант электромагнитного излучения, или *фотон* как частица (корпускула) особого рода, не имеющая массы покоя, обладает энергией (1) и импульсом:

$$p = \frac{E}{c} = \frac{\hbar\omega}{c} \qquad (2)$$

Кроме того, исходя из общего соотношения между массой и энергией

$$E = mc^2,$$

фотону можно также приписать некоторую величину, по размерности совпадающую с массой (не следует, смешивать это понятие с понятием массы в классической механике):

$$m_\phi = \frac{E}{c^2} = \frac{\hbar\omega}{c^2}, \qquad (3)$$

где c — скорость света в вакууме.

Итак, было установлено, что свет (излучение) обладает как волновыми, так и корпускулярными свойствами.

Впервые гипотезу о волновых свойствах электрона высказал в 1925 г. французский физик Луи де Бройль[1]. Основная мысль де Бройля сводилась к тому, что можно применить квантовую теорию света для описания волновых свойств, движущихся элементарных частиц. При этом он предположил, что движущийся свободный электрон, имеющий импульс $\vec{p} = m\vec{v}$ и кинетическую энергию E, описывается такой же функцией, что и плоская волна:

$$\psi = \psi_0 e^{-i\left(\frac{E}{\hbar}t - \frac{(\vec{p},\vec{r})}{\hbar}\right)}, \qquad (4)$$

где скалярное произведение $(\vec{p},\vec{r})$ равно:

$$(\vec{p},\vec{r}) = p_x x + p_y y + p_z z, \qquad (5)$$

а ψ_0 — постоянная амплитуда.

По аналогии с квантовой теорией света де Бройль предположил, что соотношения (1) и (2), определяющие энергию и импульс фотона, справедливы и для волны, сопоставляемой свободному электрону, т.е. частота ω такой волны и волновое число k определяются формулами:

$$\omega = \frac{E}{\hbar}; \qquad (6)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{p}{\hbar}. \qquad (7)$$

Отсюда с учетом (6) и (7) выражение для обычной плоской электромагнитной волны:

$$\psi = \psi_0 e^{-i(\omega t - (\vec{k},\vec{r}))},$$

принимает вид (4), т.е. получаем плоскую волну, названную позже *волной де Бройля*.

В более простом случае движения свободного электрона вдоль оси OX соответствующая (4) волновая функция будет иметь вид:

$$\psi(\mathbf{x,t}) = \psi_0 e^{-\mathbf{i}\left(\frac{E}{\hbar}t - \frac{p_x}{\hbar}x\right)}. \qquad (8)$$

В 1927 г. гипотеза де Бройля была подтверждена опытами по дифракции электронов, а еще позже на опыте были установлены волновые свойства и других элементарных частиц. Поэтому можно сказать, что электрону, движущемуся со скоростью $\vec{v}$, при условии, что $v << c$, будет соответствовать длина волны:

[1]

$$\lambda=\frac{h}{p}=\frac{h}{mv}, \qquad (9)$$

называемая *длиной волны де Бройля*. Распространение волн де Бройля не связано с распространением в пространстве электромагнитного поля. Волны де Бройля имеют специфическую квантовую природу, не имеющую аналогов в классической физике.

Движущаяся частица обладает кинетической энергией:

$$E=\frac{mv^2}{2}.$$

Так как модуль импульса равен $p=mv$, то можно записать выражение кинетической энергии через модуль импульса:

$$E=\frac{m^2v^2}{2m}=\frac{p^2}{2m},$$

а модуль импульса выразить через кинетическую энергию:

$$p=\sqrt{2mE}.$$

Тогда соотношение (9) можно представить в виде:

$$\lambda=\frac{h}{\sqrt{2mE}}.$$

Для электрона, ускоренного электрическим полем с разностью потенциалов U (или $\Delta\phi$), кинетическая энергия может быть выражена через разность потенциалов и заряд:

$$E=\frac{mv^2}{2}=\bar{e}\,U,$$

где $\bar{e}$ — заряд электрона.

$$\lambda=\frac{h}{\sqrt{2m\bar{e}U}}\approx\frac{1,225}{\sqrt{U}}(нм). \qquad (10)$$

В 1927 году Дэвиссон и Джермер подтвердили экспериментально гипотезу де Бройля, исследуя отражение электронов от монокристалла никеля, принадлежащего кубической системе. Кристалл был отшлифован перпендикулярно диагонали кристаллической ячейки (111) (рис. 1). Пучок электронов падал на отшлифованную грань. Изменялись интенсивность электронного пучка и угол ϕ. На пути отражённого электронного пучка был расположен цилиндрический электрод (Э). Интенсивность отражённого пучка оценивалась по силе тока, текущего через гальванометр. Рассеяние оказалось особенно интенсивным при определённом угле ϕ, который соответствовал

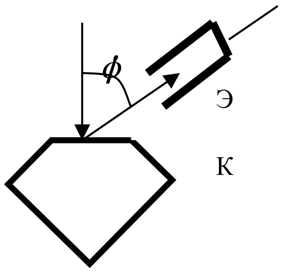


Рис. 1.

отражению от атомных плоскостей. Сила тока оказалась значительной при напряжении 54 В. Длина волны Брэгга была вычислена по формуле

$$2\,d\sin\phi = k\lambda, \qquad (11)$$

где d — расстояние междуатомными плоскостями и получилась равной 1,65*10^{-10} м. Вычисления по формуле (9) дали длину волны 1,67*10^{-10} м. Это послужило экспериментальным доказательством гипотезы де Бройля.

Аналогично тому, как согласуются между собой квантовая и волновая теории света, согласуются корпускулярные и волновые свойства элементарных частиц, в частности электронов. Пусть число электронов (или других частиц), попавших в данный элемент объёма *dV,* пропорционально квадрату амплитуды волны де Бройля и величине элемента объема, т. е. число электронов приблизительно равно $\psi_0^2 dV$. Тогда вероятность dW того, что частица находится в данном элементе объема dV, пропорциональна квадрату амплитуды волны де Бройля, или квадрату модуля этой волны, т.е.:

$$dW = |\psi|^2 dV = \psi\psi^{¿} dV, \qquad (12)$$

где $\psi^{¿}$ — функция, комплексно сопряжённая с самой волновой функцией. Из этого равенства следует, что квадрат модуля волны де Бройля (волновой функции) равен плотности вероятности нахождения свободной частицы в данной точке пространства. Такое толкование волновой функции справедливо не только для свободного электрона, но и для связанного электрона. Волновая функция удовлетворяет условию нормировки вероятностей:

$$\int_V |\psi|^2 dV = 1,$$

это означает, что пребывание частицы где-либо в пространстве, есть достоверное событие и вероятность этого события равна 1.

Следовательно, физический смысл волновой функции состоит в том, что квадрат её модуля есть плотность вероятности обнаружить частицу (электрон) в данной точке пространства, причем сама волновая функция является комплексной величиной.

По поводу волновых свойств электрона необходимо заметить также, что с точки зрения квантовой теории движение электронов можно рассматривать как электронные волны, определяемые волновыми функциями Ψ. Хотя сама волновая функция не имеет особого физического смысла, однако для свободного электрона существует определенная и весьма наглядная связь движения волны с движением самого электрона.

В самом деле, если рассматривать не строго монохроматическую волну с определёнными величинами ω и $\lambda = \frac{2\pi}{k}$, а почти монохроматическую волну или группу волн (пакет), то:

$$\psi(x,t) = \int_{k_0}^{k_0+\Delta k} \psi_0(k)\, e^{i(\omega t - kx)} dk,$$

где k_o — есть волновое число, соответствующее середине группы. Известно, что групповая скорость $v_{гр}$ или скорость группы волн v определяется формулой:

$$v_{гр} = u = \frac{d\omega}{dk}.$$

С другой стороны, для свободного электрона из (6) и (7) имеем:

$$\omega = \frac{E}{\hbar} = \frac{p^2}{2m\hbar} = \frac{\hbar k^2}{2m}.$$

Тогда, на основании последнего выражения, скорость группы волн, или скорость пакета, будет равна:

$$u = \frac{d}{dk}\left[\frac{\hbar k^2}{2m}\right] = \frac{\hbar k}{m} = v,$$

где v — есть модуль *мгновенной скорости* свободного электрона.

Связь между корпускулярными и волновыми свойствами частиц, обладающих массой покоя m, отражена в таблице 1.

Таким образом, для простейшего случая свободного электрона можно заключить, что групповая скорость волн де Бройля равна скорости движения электрона (частицы).

Таблица 1

Корпускулярные свойства частиц	Волновые свойства частиц
Модуль скорости, υ	Длина волны де Бройля: $\lambda = h/(m\upsilon) = h/p = 2\pi\hbar/p$
Модуль импульса, p	Частота волны де Бройля: $\nu = E/h = E/(2\pi\hbar)$
Энергия свободной частицы $E = p^2/(2m)$	Фазовая скорость волн де Бройля: $\upsilon_{фаз} = \omega/k = E/p = \upsilon/2$ Групповая скорость волн де Бройля: $u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{dE}{dp} = \frac{d}{dp}\left(\frac{p^2}{2m}\right) = \frac{p}{m} = \upsilon$

В этом смысле можно сказать, что волновая функция для свободного электрона или волна де Бройля имеет наглядное физическое истолкование. Поэтому с известным приближением движение свободного электрона можно рассматривать как движение группы (пакета) волн де Бройля. В отличие от электромагнитных волн для волн де Бройля существует дисперсия даже для частицы в вакууме.

5. Основные расчетные формулы:

$$\psi(x,t)=\int_{k_0}^{k_0+\Delta k}\psi_0(k)\,e^{i(\omega t-kx)}\,dk$$,

где k_o — есть волновое число, соответствующее середине группы. Известно, что групповая скорость $v_{гр}$ или скорость группы волн v определяется формулой:

$$v_{гр}=u=\frac{d\omega}{dk}$$.

С другой стороны, для свободного электрона имеем:

$$\omega=\frac{E}{\hbar}=\frac{p^2}{2m\hbar}=\frac{\hbar k^2}{2m}$$.

Тогда, на основании последнего выражения, скорость группы волн, или скорость пакета, будет равна:

$$u=\frac{d}{dk}\left[\frac{\hbar k^2}{2m}\right]=\frac{\hbar k}{m}=v$$,

где v — есть модуль *мгновенной скорости* свободного электрона.

6. Приборные погрешности:

$\Delta D_{внут}=\Delta D_{внеш}=1$мм

$\Delta U_A=0.1$кВ

7. Результаты прямых измерений и вычислений:

Номер опыта	Физическая величина								
	U_A,кВ	D_1, мм			D_2, мм			r_1, мм	r_2, мм
		$D_{1внут}$	$D_{1вн}$	ΔD_1	$D_{2внут}$	$D_{2вн}$	ΔD_2		
1	2.5	28.000	41.000	13.000	29.000	52.000	23.000	17.250	20.250
		24.000	43.000	19.000	27.000	43.000	16.000	16.750	17.500
		23.000	39.000	16.000	31.000	52.000	21.000	15.500	20.750
Среднии		25.000	41.000	16.000	29.000	49.000	20.000	16.500	19.500
2	3	24.000	38.000	14.000	27.000	49.000	22.000	15.500	19.000
		23.000	38.000	15.000	29.000	43.000	14.000	15.250	18.000
		23.000	40.000	17.00	26.000	46.000	20.000	15.750	18.000

				0					
Среднии		23.333	38.667	15.333	27.333	46.000	18.667	15.500	18.333
3	3.5	22.000	35.000	13.000	26.000	41.000	15.000	14.250	16.750
		23.000	36.000	13.000	29.000	46.000	17.000	14.750	18.750
		23.000	36.000	13.000	26.000	44.000	18.000	14.750	17.500
Среднии		22.667	35.667	13.000	27.000	43.667	16.667	14.583	17.667
4	4	21.000	33.000	12.000	26.000	39.000	13.000	13.500	16.250
		21.000	34.000	13.000	21.000	35.000	14.000	13.750	14.000
		18.000	32.000	14.000	20.000	34.000	14.000	12.500	13.500
Среднии		20.000	33.000	13.000	22.333	36.000	13.667	13.250	14.583
5	4.5	20.000	31.000	11.000	22.000	35.000	13.000	12.750	14.250
		19.000	32.000	13.000	20.000	33.000	13.000	12.750	13.250
		19.000	30.000	11.000	21.000	33.000	12.000	12.250	13.500
Среднии		19.333	31.000	11.667	21.000	33.667	12.667	12.583	13.667

Длина волны рассчитывается из анодного напряжения Для определения диаметра дифракционного кольца, измерьте внутренний и внешний край кольца штангенциркулем (в затемненной комнате). Найдите середину ширины кольца: отнимите от внешнего диаметра кольца $D_{вн}$ внутренний $D_{внут}$:

$$\Delta D = D_{вн} - D_{внут}$$

разницу разделите пополам. Для нахождения радиуса кольца r прибавьте к диаметру внутреннего края кольца $D_{внут}$ половину ширины кольца ΔD /2 и разделите пополам.

$$r = (\Delta D/2 + D_{внут})/2.$$

в соответствии с $\lambda \approx \frac{1,225}{\sqrt{U_A}}(нм)$, результаты расчётов занесите в таблицу:

U_A,кВ	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5
λ, пм	0.775	0.707	0.655	0.613	0.577

погрешности измерений межплоскостных расстояний графита Δd_1 и Δd_2

$$d=2.R.\frac{\lambda}{r}$$

λ, пм	r_1, мм	r_2, мм	d_1, мм	d_2, мм
0.775	16.500	19.500	6.104	5.165
0.707	15.500	18.333	5.932	5.015
0.655	14.583	17.667	5.837	4.818
0.613	13.250	14.583	6.009	5.460
0.577	12.583	13.667	5.966	5.493
		Среднии	5.970	5.190

$$\sigma_1=\sqrt{\frac{1}{4.5}\sum ¿¿¿¿}$$

$$\Delta d_1=\sigma_1.t(\alpha,5)=0{,}009.1,2=0,0\,023$$

$$\sigma_2=\sqrt{\frac{1}{4.5}\sum ¿¿¿¿}$$

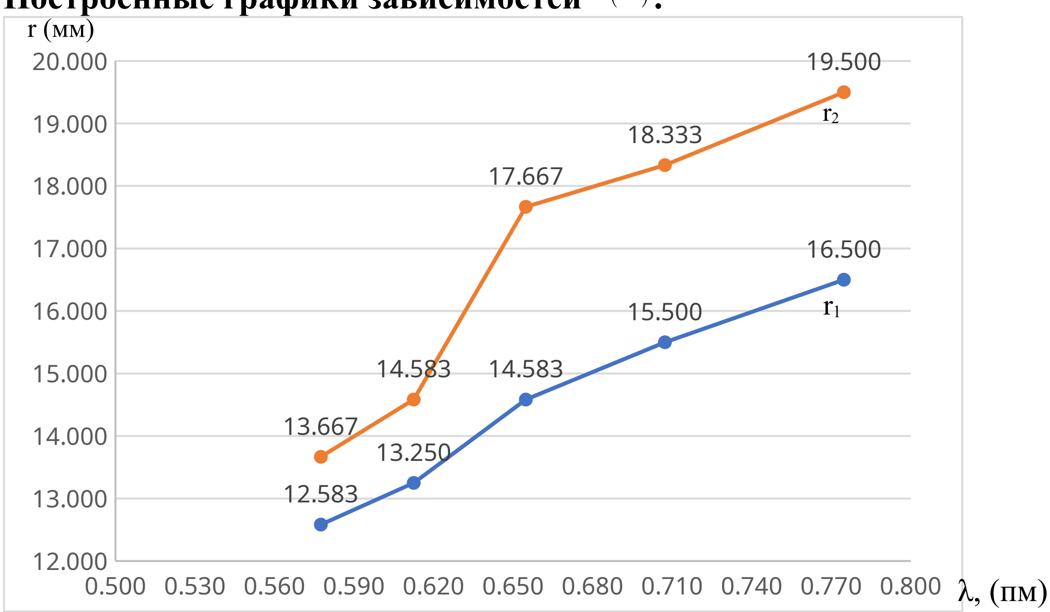
$$\Delta d_2=\sigma_2.t(\alpha,5)=0{,}074.1,2=0,0\,20$$

Окончательный результат:

$d_1=5.970\pm0.0023\,мм$

$d_2=5.190\pm0.0\,2\,мм$

8. Построенные графики зависимостей $r(\lambda)$:



9. Вывод

Опытным путем мы получили, что при электромагнитной дифракции диаметр дифракционного кольца пропорционален электрическому току.